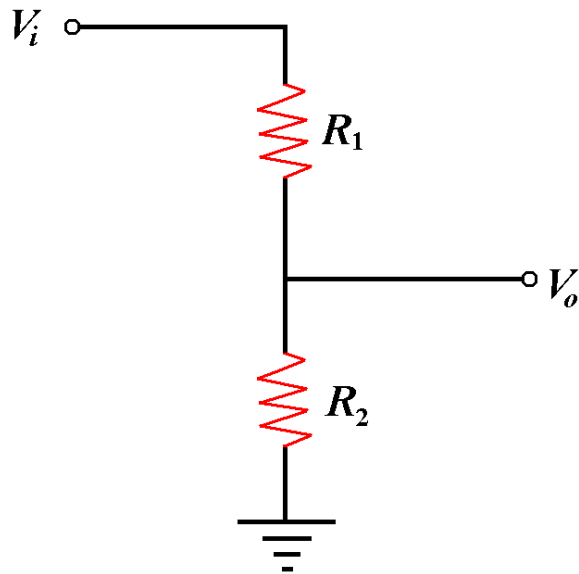


1. 전압나누기 회로



$$V_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_i$$

저항 R_1 과 R_2 에 흐르는 전류는 두 저항이 직렬로 연결되어 있으므로

$$I = \frac{V_i}{R_1 + R_2}$$

이고, 이에 따라 저항 R_2 에 떨어지는 전압은

$$V_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_i$$

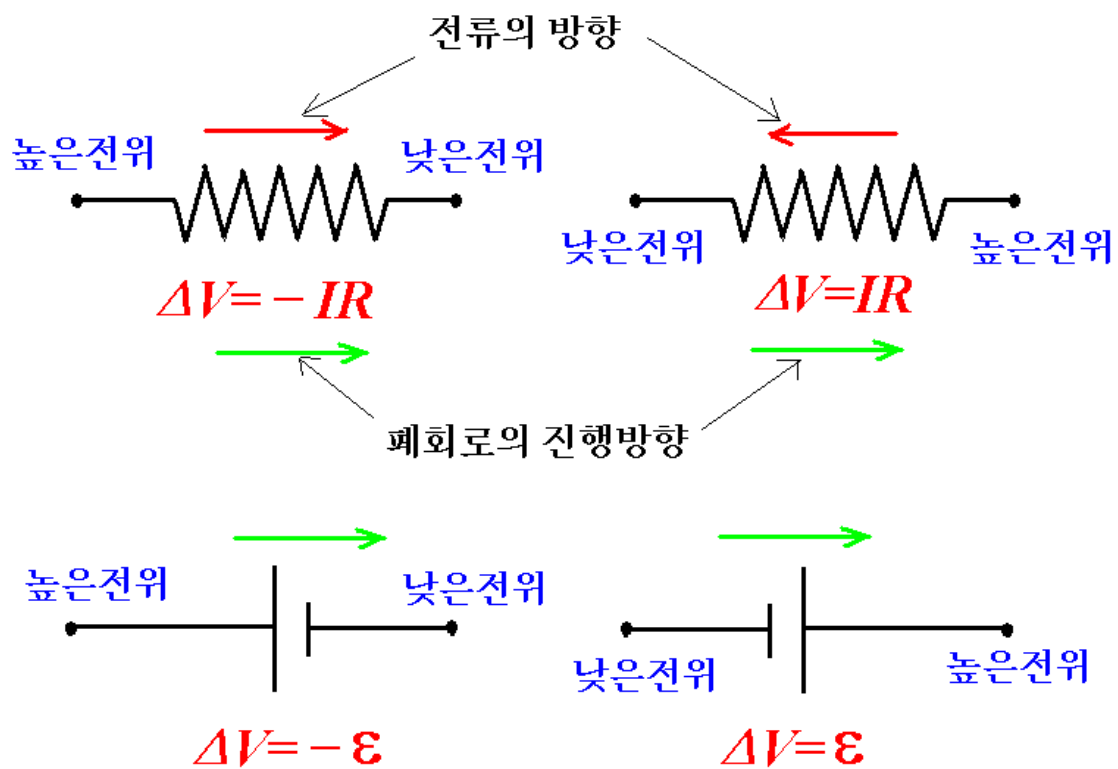
이다.

2. Kirchhoff의 법칙

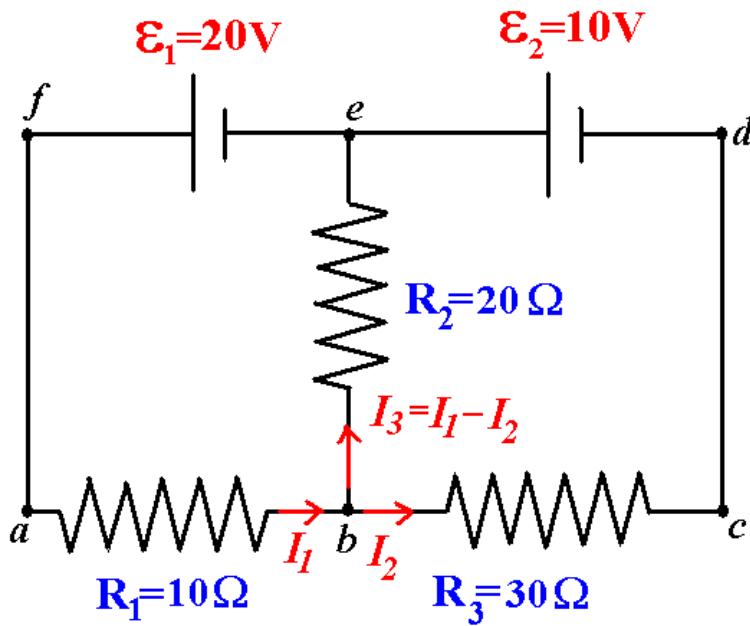
복잡한 회로에 적용

(1) 분기점 법칙: $\sum I_i = \sum I_o$ (전하보존의 법칙)

(2) 폐회로 법칙: $\sum \Delta V_i = 0$ (에너지 보존칙)



(예제) 각 저항에 흐르는 전류를 계산해 보자.



(답) 점점 b에서 전류의 법칙($\sum I_i = \sum I_o$)에서 저항 R_2 를 흐르는 전류는 $I_1 - I_2$ 이다.

abefa 폐회로에서 전압의 법칙을 적용하면

$$\sum_i \Delta V_i = 0 \Rightarrow -I_1 R_1 - (I_1 - I_2) R_2 + \epsilon_1 = 0 \rightarrow 3I_1 - 2I_2 = 2$$

bcdeb 폐회로에서 전압의 법칙을 적용하면

$$\sum_i \Delta V_i = 0 \Rightarrow -I_2 R_3 + \epsilon_2 + (I_1 - I_2) R_2 = 0 \rightarrow 2I_1 - 5I_2 = -1$$

위의 두 식을 풀면 $I_1 = \frac{12}{11}[A]$, $I_2 = \frac{7}{11}[A]$.

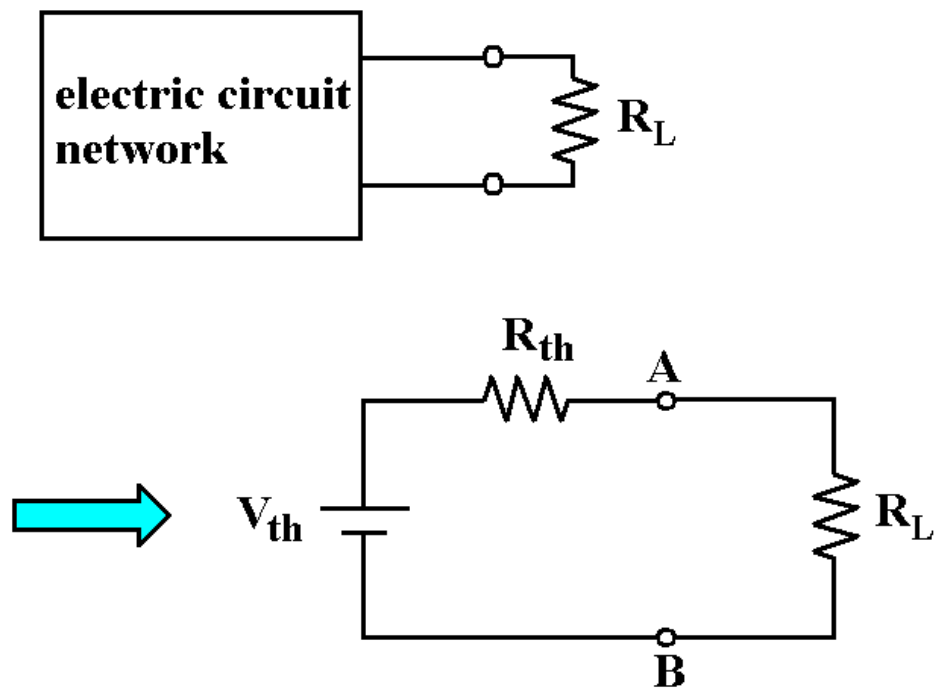
따라서 R_1 에 흐르는 전류는 $I_1 = \frac{12}{11}[A]$

R_2 에 흐르는 전류는 $I_1 - I_2 = \frac{5}{11}[A]$

R_3 을 흐르는 전류는 $I_2 = \frac{7}{11}[A]$

3. Thevenin의 정리

- 두 개의 단자를 가지고 있는 전원, 전류원, 저항으로 이루어진 회로는 아무리 복잡하더라도 하나의 전원과 저항으로 표현가능
- 교류회로에도 적용가능.

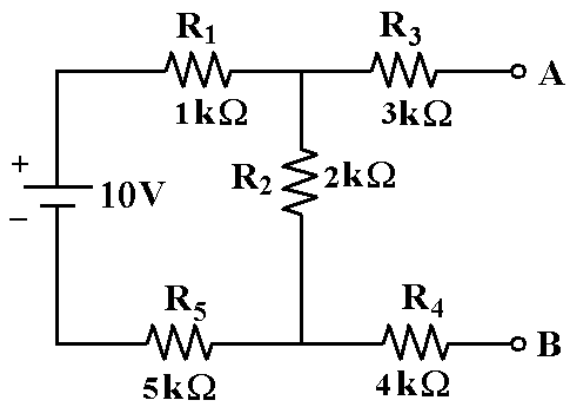
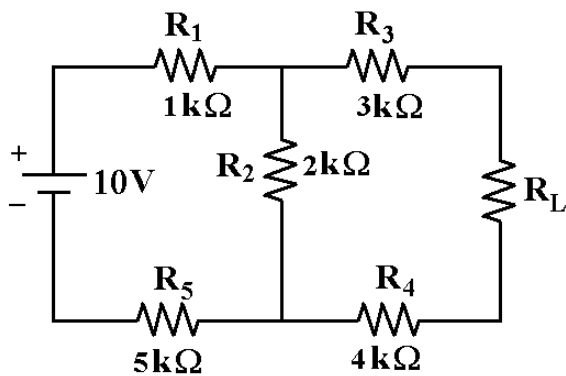


Thevenin의 전압과 저항을 구하는 과정

(1) 부하저항 R_L 을 제거 $\Rightarrow$ 부하에서 보이는 전압이 V_{th}

(3) 전원을 없애고 선으로 연결 $\Rightarrow$ 부하에서 볼 때의 저항 R_{th}

(예제)

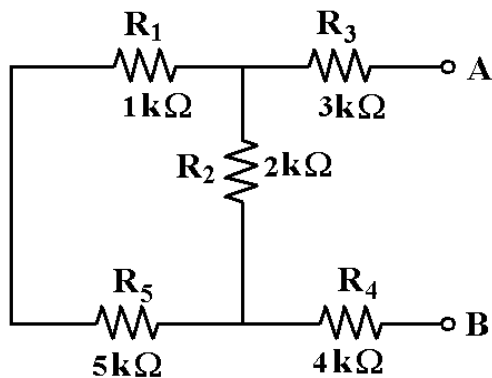


부하의 제거

-저항 R_3, R_4 는 전원에 연결되어 있지 않으므로 전류가 흐르지 않는다.
따라서 이들 저항에서는 전압강하가 없고 A와 B사이의 전압은 R_2 의 전압이다. 저항 R_1, R_2, R_5 로 구성되는 폐회로에서 Kirchhoff 법칙을 적용하면

$$V_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_5} V = 2.5 \text{ V}$$

와 같이 구해진다. 따라서 $V_{th} = 2.5 \text{ V}$ 이다.

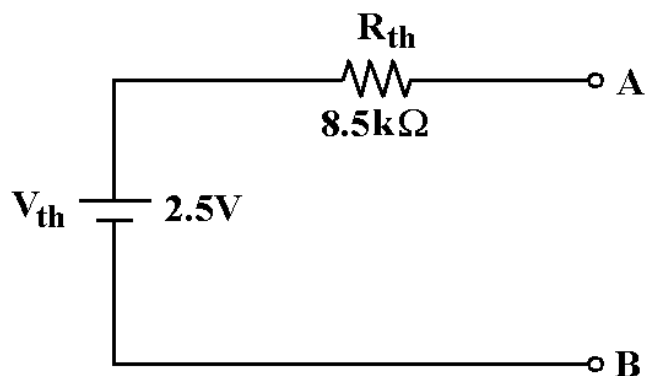


전원을 제거하고
선으로 연결

부하저항에서 보는 저항을 구하면

$$R_{th} = R_3 + ((R_1 + R_5) \parallel R_2) + R_4 = 8.5 \text{ k}\Omega$$

따라서 Thevenin의 등가회로는 그림과 같다.

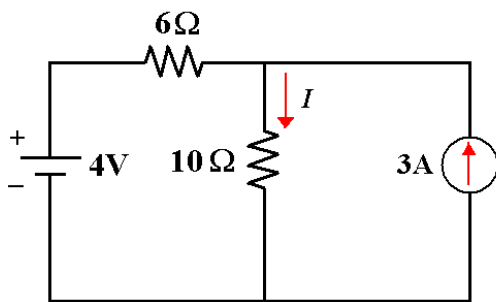


Thevenin의 등가회로

4. 중첩 (superposition)의 원리

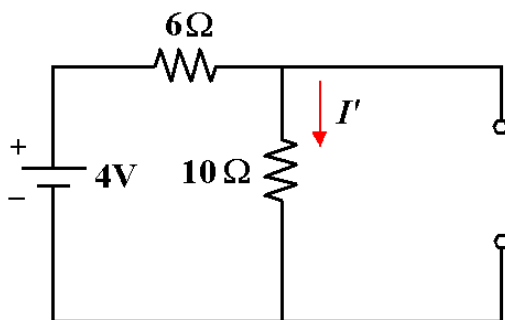
다중의 독립된 전원을 가지는 회로에서 어떤 소자를 흐르는 전류 (또는 전압)는 각 전원에 의한 전류(전압)의 합과 같다는 것이다. 즉, 각 전원에 의한 효과를 각각 따로 계산하여 합할 수 있다는 것이 중첩의 원리이다. 중첩의 원리를 이용하는 과정에서 하나의 독립된 전원(또는 전류원)을 한 번에 1개만 고려하고 나머지는 없앤다. 이 경우 전원은 선으로 연결하고(short circuit), 전류원은 개방(open circuit)한다.

(예제)



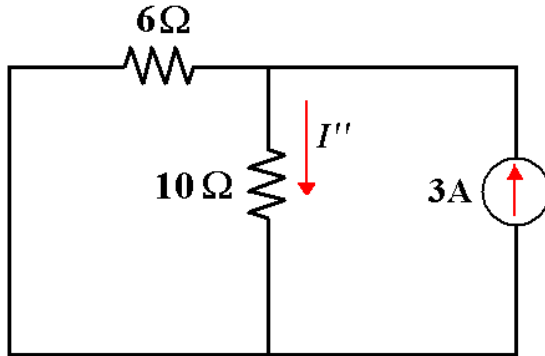
두 전원을 가지는 회로
(전압원+ 전류원)

회로에서 저항 10Ω 에 흐르는 전류를 중첩의 원리를 이용하여 구해보자.



4V 전원에 의한 전류를 구하기
위해서는 같이 전류원을 개방

저항 10Ω 을 흐르는 전류는 $I' = 4/(6+10) = 0.25A$ 이다.

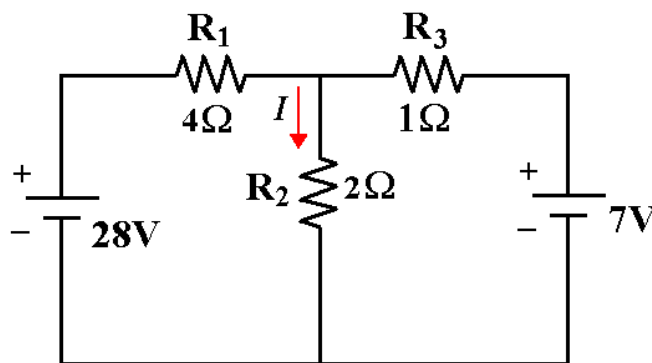


전류원에 의한 전류를 구하기
위해 전원 $4V$ 는 단락

저항 10Ω 을 흐르는 전류는 $I'' = 6 \times 3/(10+6) = 2.25A$ 이다.

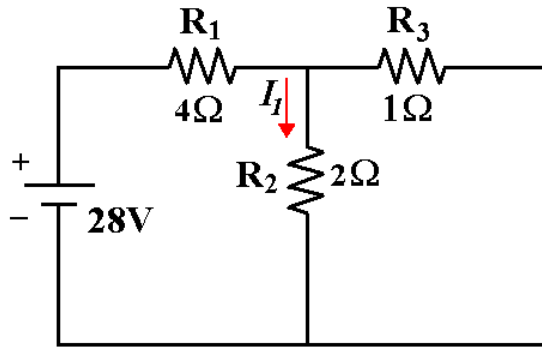
따라서 저항 10Ω 을 흐르는 전류는 $I = I' + I'' = 2.5A$ 이다.

(예제)



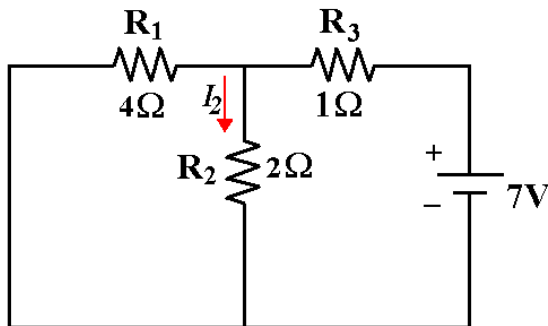
두 개의 전압원을
가지고 있는 회로

저항 2Ω 을 흐르는 전류를 중첩의 원리로 구해보기로 하자.



전원 28V에 의한 전류를
구하기 위해 전원 7V를 단락

전체 저항은 $R = R_1 + R_2 \parallel R_3 = 14/3 \Omega$ 이므로 R_1 를 흐르는 전류는 $I' = 6A$ 이다. 이 전류가 R_2, R_3 로 갈라지므로 R_2 에 흐르는 전류는 $I_2 = 6 \times R_3 / (R_2 + R_3) = 2A$ 이다.



전원 7V에 의한 전류를 구하기
위해 전원 28V는 단락

전체 저항은 $R = R_3 + R_1 \parallel R_2 = 7/3 \Omega$ 이므로 R_3 를 흐르는 전류는 $I' = 3A$ 이다. 이 전류가 R_1, R_2 로 갈라지므로 R_2 에 흐르는 전류는 $I_2 = 3 \times R_1 / (R_1 + R_2) = 2A$ 이다.

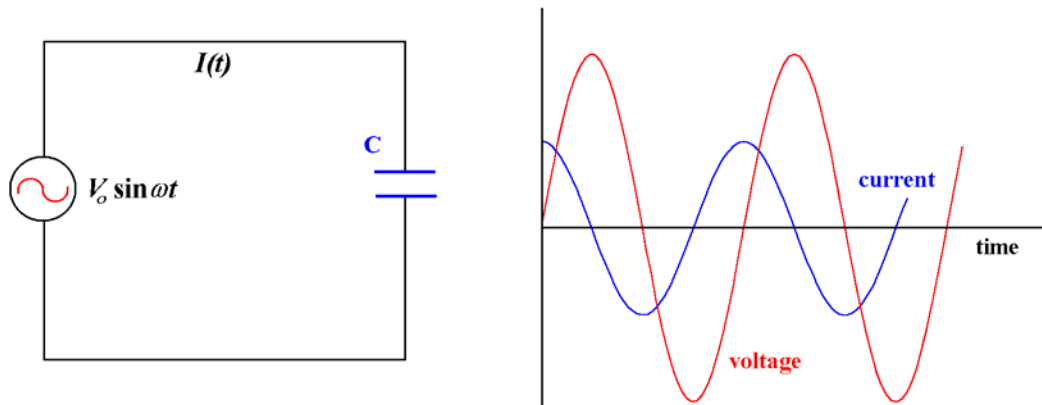
따라서 저항 2Ω 을 흐르는 전류는 $I = I_1 + I_2 = 4A$ 이다.

5. 교류회로

교류회로에는 축전기와 인덕터를 포함하는 회로가 많다. 축전기와 인덕터는 걸어주는 전압(입력신호)의 진동수에 따라 그 행동이 변한다. 이는 이들 소자가 전압과 전류의 관계식에 미분 항을 포함하고 있기 때문이다.

축전기, 인덕터, 저항을 포함하는 교류회로에서도 직류회로에서 사용한 Ohm의 법칙이 적용된다. 그러나 직류회로에서 저항으로 정의되는 량 대신에 교류회로에서는 입력신호의 진동수에 따라 변하는 일반화된 저항을 나타내는 임피던스라는 량을 사용한다.

(1) 축전기와 인덕터의 리액턴스



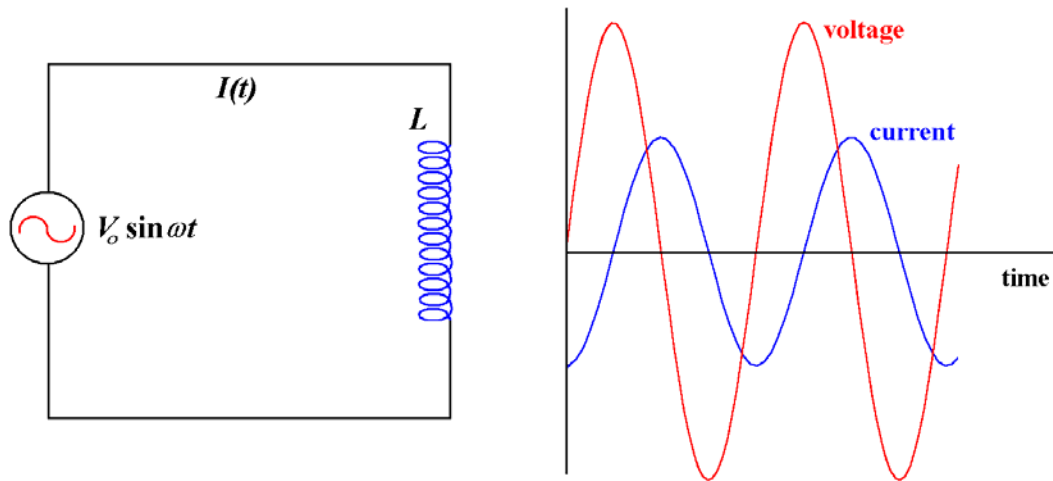
입력전압 $V(t) = V_0 \sin \omega t$ 가 축전기에 연결되었을 때 회로를 흐르는 전류는

$$I(t) = C \frac{dV}{dt} = C \omega V_0 \cos \omega t = C \omega V_0 \sin(90^\circ - \omega t)$$

로 표현할 수 있다. 따라서 전류는 전압보다 위상이 90° 앞선다. 진폭만을 고려할 때 전류의 진폭은 $I = \frac{V}{1/\omega C}$ 로 쓸 수 있다. 축전기는 진동수에 따라 변하는 저항(리액턴스라 부름) $1/\omega C$ 을 가진 것 같이 행동한다. 그러나 위와 같이 전류와 전압의 위상이 다름으로 인하여 전체적으로 전류와 전압을 고려할 때 혼란이 올 수 있다. 그래서 리액턴스를 더욱 명확히 하기 위해서 복소수 개념을 도입하기로 한다. 예를 들어 $V_0 \sin(\omega t + \phi)$ 는 $V_0 e^{j\phi + j\omega t}$ 로 사용한다. 이렇게 복소수를 취하여 계산을 한 후 실제의 값은 계산결과의 허수부분을 택하면 된다. 따라서 입력전압 $V_0 \sin \omega t$ 는 $V(t) = V_0 e^{j\omega t}$ 와 같이 쓸 수 있고 전류는 $I = C \left(\frac{dV}{dt} \right)$ 로 주어지므로

$$I(t) = \frac{V_0 e^{j\omega t}}{-j/\omega C} \equiv \frac{V(t)}{Z_C}$$

로 표현된다. 축전기의 리액턴스 Z_C 는 복소 값인 $-j/\omega C$ 로 정의한다. 저항 R 이 리액턴스 Z_C 로 치환된 Ohm의 법칙 형태이다.



$V_o \sin \omega t$ 을 인덕터에 연결하였을 때 전류는 $V = L \frac{dI}{dt}$ 에서

$$I = \frac{1}{L} \int_0^t V dt = -\frac{V_o}{\omega L} \cos \omega t = V_o \omega L \sin(90^\circ + \omega t)$$

로 표현된다. 따라서 인덕터에서는 축전기에서와는 달리 전류는 전압보다 위상이 90° 뒤진다. 복소수의 개념을 인덕터를 포함한 회로에 적용하면 $I(t) = V(t)/Z_L$ 로 표현된다. 여기서 인덕터의 리액턴스 Z_L 은 $j\omega L$ 와 같이 정의된다.

축전기와 인덕터만을 포함한 회로의 임피던스는 항상 허수이다. 전압과 전류가 항상 90° 의 위상차가 있기 때문이다. 저항의 경우 교류를 양단에 걸더라도 $I(t) = V(t)/R$ 로 표현되며 임피던스는 실수인 $Z_R = R$ 인 것과 대비된다. 저항의 경우 전류와 전압사이에 위상차는 존재하지 않고 또한 저항은 교류전원의 진동수에도 의존하지 않는다.

직류회로에서 저항이라는 의미가 저항, 축전기, 인덕터를 모두 포함

하는 교류회로에서는 임피던스라는 의미로 대치된다. 저항의 경우 R 이고 전류와 전압사이의 위상차도 없다. 축전기와 인덕터는 저항에 대응하는 리액턴스가 각각 $-j/\omega C$ 와 $j\omega L$ 이다. 리액턴스는 복소수 j 로 전류와 전압사이에 존재하는 위상차 90° 를 반영하고 있다. 리액턴스는 입력 신호의 진동수 ω 에 따라 다른 값을 가진다. 저항, 축전기, 인덕터를 포함하는 회로에서 임피던스는 저항+리액턴스와 같이 합으로 표현되며 이는 복소수들이므로 벡터적으로 합산되어야 한다.

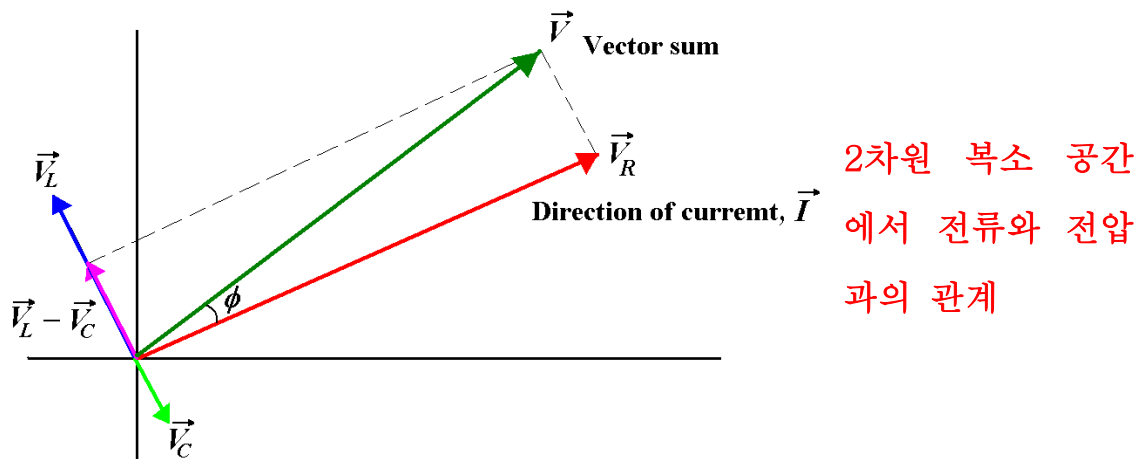
(2) Ohm의 법칙의 일반화

일반화된 Ohm법칙은

$$\vec{V} = \vec{I} \cdot \vec{Z}$$

와 같다. 벡터량으로 표시한 것은 임피던스가 복소값이므로 나머지량들도 복소량이 된다. 즉, 모든량들을 실수-허수 부분이 있는 2차원평면에서의 벡터량으로 표현된다. 저항, 축전기, 인덕터 양단에 떨어

지는 전압은 각각 $\vec{V}_R = \vec{I}R$, $\vec{V}_C = \frac{\vec{I}}{-j/\omega C}$, $\vec{V}_L = j\omega L\vec{I}$ 로 표현된다.

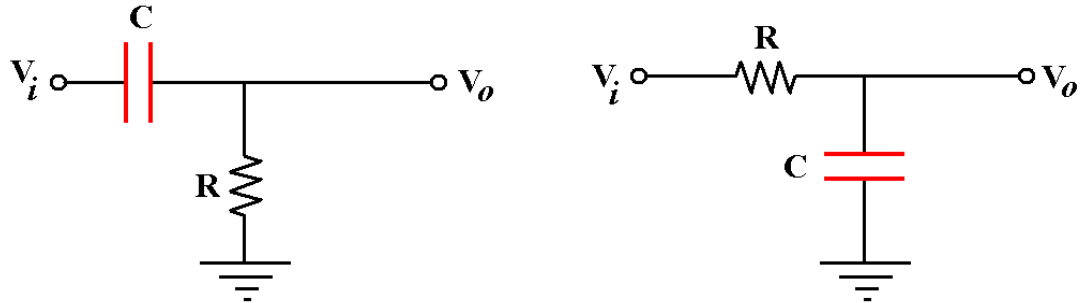


저항 양단의 전압 강하 V_R 은 전류 I 와 위상이 같고 리액턴스 부분인 인덕터와 축전기의 전압강하 V_L , V_C 은 위상이 전류에 비해 각각 $\pm \pi/2$ 틀린다. 따라서 총 전압 $\vec{V}$ (기전력, 크기 $\sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$)에 대한 전류 $\vec{I}$ 의 위상차는

$$\phi = \tan^{-1} \frac{|Z_L| - |Z_C|}{R}$$

로써 입력 전압과 전류사이에는 각도 ϕ 의 위상차가 존재한다.

(3) 필터(filter)회로



Low pass filter(왼쪽)와 high pass filter(오른쪽)

일반화된 Ohm의 법칙을 적용하면 회로를 흐르는 전류는

$$\vec{I} = \frac{\vec{V}_i}{\vec{Z}} = \frac{\vec{V}_i}{R - j/\omega C} = \frac{\vec{V}_i (R + j/\omega C)}{R^2 + 1/\omega^2 C^2}$$

이므로 출력은 저항 R 에 떨어지는 전압으로

$$\vec{V}_o = \vec{I} \cdot \vec{Z}_R = \frac{[R + j/\omega C] R}{R^2 + 1/\omega^2 C^2} \vec{V}_i$$

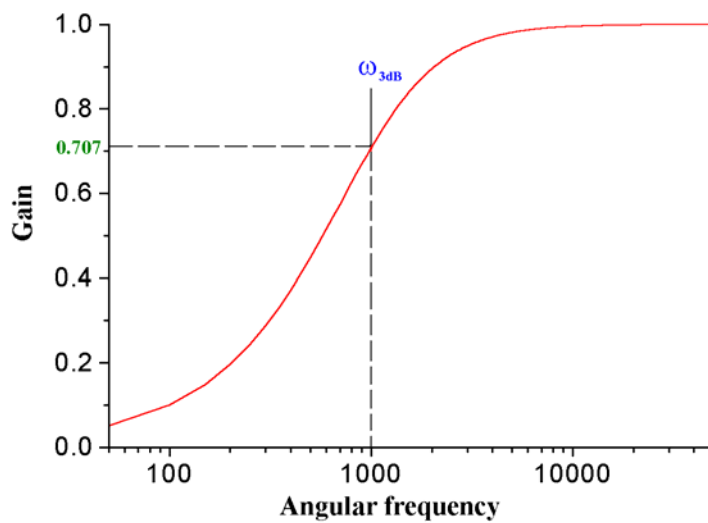
이다. 출력전압의 크기는

$$V_o = \sqrt{\vec{V}_o \cdot \vec{V}_o^*} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + 1/\omega^2 C^2}} V_i$$

이다. 회로의 전압이득 A_v 는

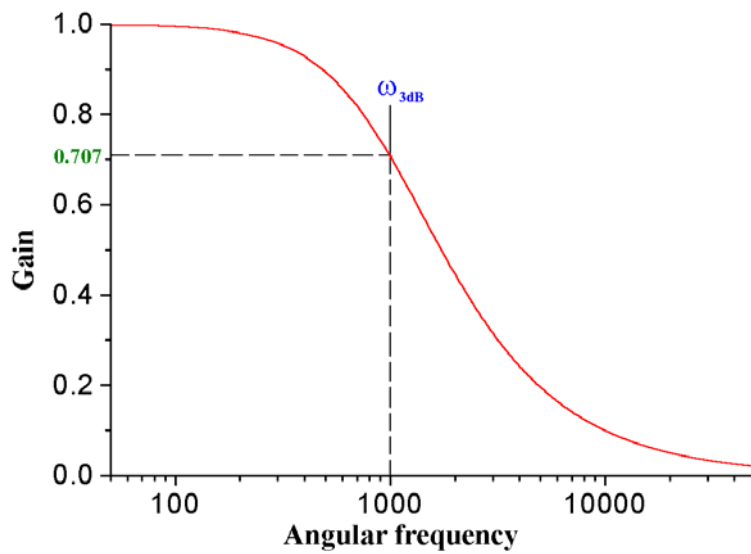
$$A_v \equiv \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 R^2 C^2}}}$$

이다.



높은 진동수 통과회로
(high pass filter)의
진동수 특성

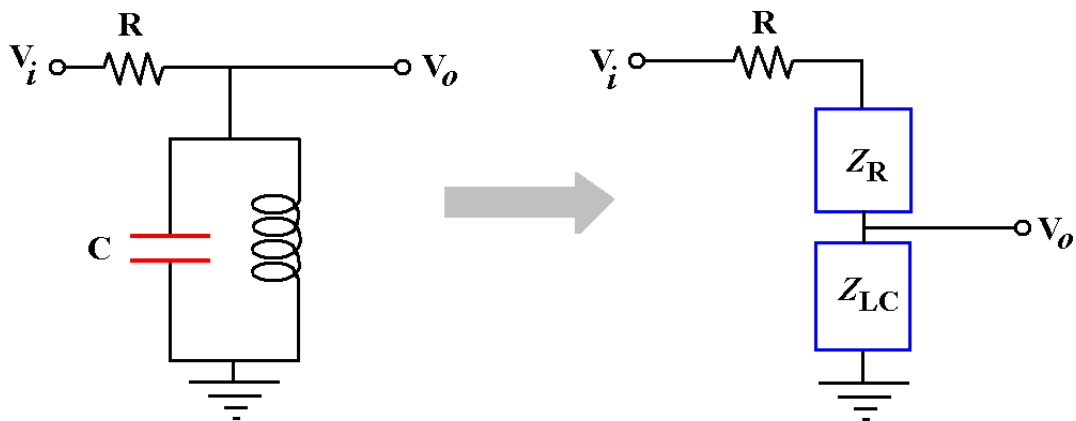
$R=1k\Omega$, $C=1\mu F$ 일 경우 $\omega_{3dB}=1/RC=1,000Hz$ 이상의 진동수를 가진 교류신호에 대한 이득이 상대적으로 크다. 이 기준 진동수 이상의 교류신호를 통과시키므로 높은 진동수 통과회로(high pass filter)라 부른다. 여기서 ω_{3dB} 란 전압이득이 $-3dB$ 인 진동수를 말한다. 전압이득이 $-3dB$ 란 이득이 $1/\sqrt{2}$ 로 입력보다 출력이 0.7배로 작은 경우를 말한다.



낮은 진동수 통과회로
(low pass filter)의 진
동수 특성

$R=1k\Omega$, $C=1\mu F$ 일 때 ω_{3dB} 는 1,000Hz이다.

(4) 공명(resonance)회로



LC 의 임피던스는

$$\frac{1}{Z_{LC}} = \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} = j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

이므로 $\vec{Z}_{LC} = \frac{j}{1/\omega L - \omega C}$ 가 된다. LC 의 임피던스와 저항 R 이 직렬로 연결되어 있으므로 회로전체의 임피던스는

$$\vec{Z} = R + \frac{j}{1/\omega L - \omega C}$$

이므로 회로를 흐르는 전류는

$$\vec{I} = \frac{\vec{V}}{\vec{Z}} = \frac{\vec{V}}{R + j\omega L / (1 - \omega^2 LC)}$$

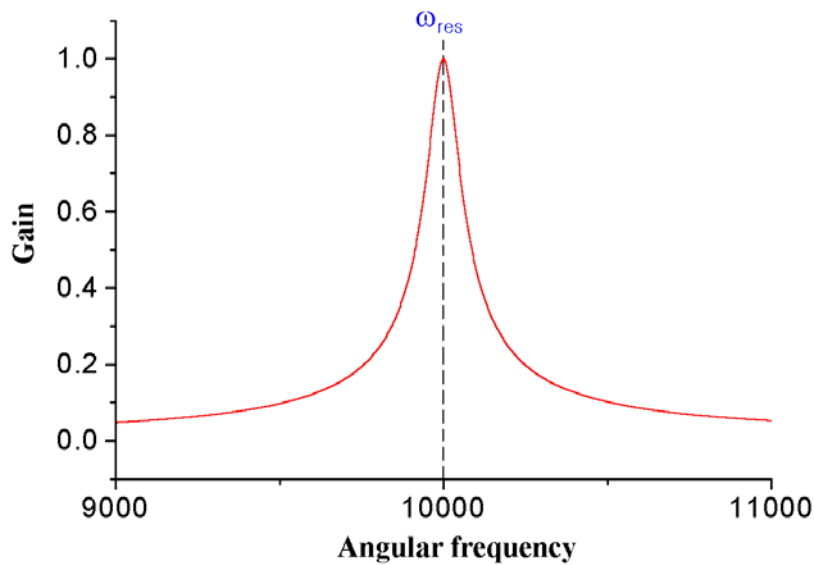
이다. 저항 R 과 병렬로 연결된 LC 가 전압나누기 회로를 구성하고 있고 출력전압은 LC 회로에 떨어지는 전압이므로

$$\vec{Z}_o = \vec{I} \cdot \vec{Z}_{LC} = \frac{1 + j\left(\frac{R}{\omega L}\right)(1 - \omega^2 LC)}{1 + \left(\frac{R}{\omega L}\right)^2 (1 - \omega^2 LC)^2} \vec{V}_i$$

이다. 전압의 크기는 $V_o = \sqrt{\vec{V}_o \cdot \vec{V}_o^*}$ 이므로 회로의 이득은

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega L}\right)^2 (1 - \omega^2 LC)^2}}$$

이다.



공명회로의 신호
의 진동수에 따른
특성

$R=1k\Omega$, $L=1mH$, $C=10\mu F$ 일 경우

공명진동수 $\omega_R = \sqrt{1/LC} = 10,000Hz$ 이다.

(5) 리액티브 회로(Reactive circuit)에서의 일률

회로에서 평균 사용한 일률은

$$P = \text{Re}(VI^*) = \text{Re}(V^*I)$$

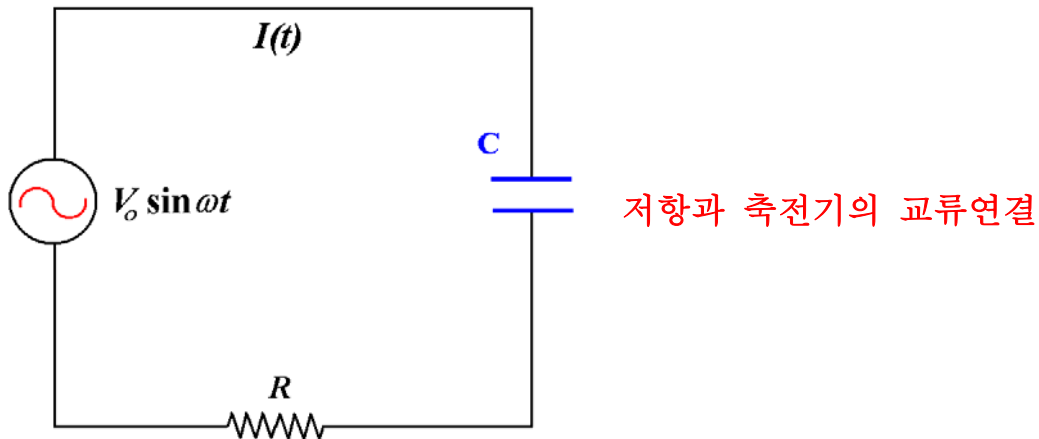
이다. V 와 I 는 각각 복소수인 전압과 전류를 나타내고 Re 은 괄호 안의 값 중 실수를 택함으로 나타낸다.

평균자승 전압(rms)이 1V인 sin파를 축전기에 연결했을 때 전류는

$$I = \frac{V}{j/\omega C} = -j\omega C$$

이므로 일률은 $P = \text{Re}(VI^*) = \text{Re}(j\omega C) = 0$ 이다.

인덕터에서도 $P = \text{Re}(-j\omega L) = 0$ 이다. 따라서 리액티브 회로(축전기와 인덕터만 포함하는 회로)내에서는 에너지의 손실이 없다.



회로를 흐르는 전류는 $I = V/Z = V_0/(R - j/\omega C)$ 이므로 에너지 손실율은

$$P = \text{Re}(VI^*) = \frac{V_0^2 R}{R^2 + (1/\omega^2 C^2)}$$

이다. 위 값은 전압 V 와 전류 I 의 곱(리액턴스 부분이 없을 경우의 일률의 정의)에서 $P = |V| \cdot |I|$ 은 값인

$$|V| \cdot |I| = \frac{V_0^2}{\sqrt{R^2 + (1/\omega^2 C^2)}}$$

보다도 작다. 이는 에너지 손실이 없는 축전지에 의한 리액티브 전류 부분이 생겼기 때문이다. 리액티브 부분에 대한 효과를 나타내는 일률

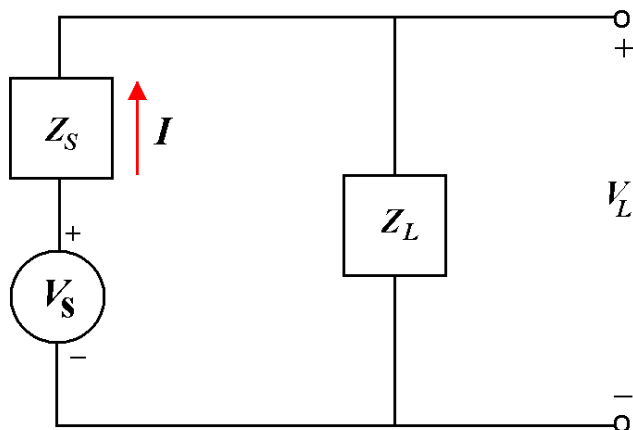
인자는

$$f = \frac{P}{|V| \cdot |I|} = \frac{R}{\sqrt{[R^2 + (1/\omega C)^2]}}$$

이다. 리액티브 소자인 축전기만 있는 경우($R=0$) 일률인자는 0이 되어 에너지 손실이 없는 회로가 된다. 반면에 순수한 저항 회로인 경우($C=0$) 일률인자는 1이 되어 Joule 열인 V_o^2/R 의 에너지가 소실됨을 나타낸다.

6. 임피던스 매칭(matching)

라디오, 통신선 (transmission line)등 전자 장비에서 신호의 반사를 없애기 위해 입력신호 임피던스와 부하의 임피던스가 일치하여야 한다.



ac 전원에 의해 전압의 크기 $|V_s|$, 임피던스 Z_s 인 소스(source)를 통해 임피던스가 Z_L 인 부하에 전달되는 경우 회로를 흐르는 전류는

$$|I| = \frac{|V_s|}{|Z_s + Z_L|}$$

이다. 부하에 의해 소비되는 평균 전력은

$$P_L = I_s^2 R_L = \frac{1}{2} |I|^2 R_L = \frac{1}{2} \left(\frac{|V_s|}{|Z_s + Z_L|} \right)^2 R_L$$

이다.

임피던스를 $Z = R + jX$ 을 위식에 대입하면

$$P_L = \frac{1}{2} \frac{|V_s|^2 R_L}{(R_s + R_L)^2 + (X_s + X_L)^2}$$

이다. 소스에서 부하로 전달되는 전력이 최대가 되는 조건은 분모부분이 최소가 되면 된다. 리액턴스 부분은 마이너스가 가능하므로 분모가 최소가 되는 조건은

$$X_L = -X_s$$

이다. 이 때 부하에서 소비되는 전력은

$$P_L = \frac{1}{2} \frac{|V_S|^2 R_L}{(R_S + R_L)^2} = \frac{1}{2} \frac{|V_S|^2}{R_S^2/R_L + 2R_S + R_L}$$

이다. 위 식을 최대화 하려면 분모를 최소화 하여야 한다. 즉,

$$\frac{d}{dR_L} (R_S^2/R_L + 2R_S + R_L) = -R_S^2/R_L^2 + 1 = 0$$

에서 $R_L = \pm R_S$ 을 얻는다. 저항은 양의 값을 가지므로 $R_L = R_S$ 이 된다.

결과적으로 최대의 전력을 전달하기 위해서는 부하의 임피던스는 소스의 임피던스와 일치하여야 한다. 즉,

$$\begin{aligned} R_L &= R_S \\ X_L &= -X_S \end{aligned}$$

의 조건을 만족하여야 한다.